

# Análise de Sensibilidade Aplicada no Planejamento da Operação de Sistemas Elétricos de Potência

A.M. de Souza, E.A. Belati, U.H. Bezerra e G.R.M. da Costa

**Resumo**—Neste artigo propõe-se a utilização da Análise de Sensibilidade (AS) para realizar estudos de planejamento da operação em sistemas elétricos de potência. A AS desenvolvida foi orientada a Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Um FPO foi executado de onde se obteve um ponto ótimo de operação para o sistema. Perturbações podem ocorrer na rede elétrica, e um novo ponto de operação deverá ser obtido de tal forma que a factibilidade da operação seja mantida. Esse novo ponto será calculado via AS. A AS desenvolvida teve por base o teorema de Fiocco, o qual gera um sistema de equações não lineares que é resolvido pelo método de Newton. Técnicas de esparsidade são consideradas na solução do sistema. Este artigo contribui com a inclusão da restrição de fluxo de potência ativa na transmissão no modelo de AS implementado e também com a completa utilização do teorema de Fiocco para a construção do sistema de sensibilidade. Testes são realizados nos sistemas IEEE 14, 118 e 300 barras, nos quais se verifica a eficiência da técnica de AS apresentada.

**Termos de Indexação**—Fluxo de potência ótimo, método de Newton, programação não linear, sistemas de potência, técnica de esparsidade.

## I. INTRODUÇÃO

UMA das principais tarefas de um operador de sistemas elétricos de potência é gerenciar o sistema de forma que a sua operação seja segura e confiável. Dispor de ferramentas que auxiliem o operador na tarefa de manter a operação do sistema segura é de fundamental importância para as concessionárias de energia elétrica. Estudos da condição presente e futura do sistema devem ser realizados, e, em muitos casos, de maneira rápida e precisa, para tomadas de decisões. Neste contexto, a Análise de Sensibilidade (AS)

surge como uma ferramenta eficiente para estudos de planejamento da operação de sistemas elétricos de potência, pois indica o desempenho futuro do sistema para casos de aumento de carga, alteração no limite operacional de restrições, entre outros. Desta forma, podem-se conhecer as futuras necessidades do sistema e então operá-lo de forma segura.

Na literatura especializada, encontram-se poucos artigos sobre a aplicação da AS em sistema de potência. Um dos primeiros trabalhos nesta linha de pesquisa é o de Peschon *et al.* [1], os quais realizaram estudos de sensibilidade entre a magnitude da tensão e a injeção de reativos em determinadas barras do sistema. A matriz Jacobiana, calculada no ponto de operação do sistema, forneceu as relações de sensibilidade de interesse no estudo. Kishore e Hill [2], utilizando a matriz sensibilidade apresentada em [1], elaboraram uma técnica para alocação ótima de reativo em sistemas de potência. Wojciechowski [3] aplicou o teorema de Tellegen com o objetivo de desenvolver um método eficiente de AS. Gribik *et al.* [4] apresentaram uma técnica de AS orientada a problemas de FPO. No modelo de FPO e de AS utilizado em [4], as perdas de potência ativa na transmissão foram consideradas como função objetivo e o conjunto das restrições foi formado pelas equações de balanço do sistema e pelos limites de tensão, de *tap* de transformador e de geração de potência ativa e reativa. No ponto ótimo de operação, obtido via FPO, verificam-se quais as restrições ativas e folgadas; as ativas serão incorporadas ao conjunto das restrições de igualdade e as folgadas serão desprezadas. Por essa razão, a matriz de sensibilidade fica esparsa e simétrica de posição e valores. Testes foram realizados em que perturbou-se a carga do sistema em 1MW. Venkatesh *et al.* [5] propuseram o uso da AS baseada na técnica dos mínimos quadrados aplicada a problemas de FPO. O objetivo dos testes foi encontrar a sensibilidade entre o custo na geração de energia em relação às mudanças nas injeções de potência ativa do sistema. Aumuller e Saha [6] realizaram estudos utilizando a sensibilidade entre a geração de potência reativa e a carga com o objetivo de evitar o colapso de tensão. Freire *et al.* [7] utilizaram um programa de FPO para relacionar os processos técnico-operacionais e econômico-financeiros. Os multiplicadores de Lagrange foram utilizados para verificar de quanto o valor da função objetivo

A.M. de Souza – Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de Brasília. Campus Universitário Darcy Ribeiro, Caixa Postal 4386, CEP 70910-900. Brasília – DF – Brasil (email: amacedos@ene.unb.br)

E.A. Belati – SENAI CIMATEC Automação Industrial Núcleo de Potência. Av Orlando Gomes 1845, Piatã, CEP 41650-010. Salvador – BA – Brasil (email: belati@cimatec.fieb.org.br)

U.H. Bezerra – Departamento de Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Federal do Pará. Av Augusto Correa 1, Guamá, CEP 66075-900, Caixa Postal 8619. Belém – PA – Brasil (e-mail: bira@ufpa.br).

G.R.M. da Costa – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Av. Trabalhador São-carlense 400, Centro, CEP 13566-590. São Carlos – SP – Brasil (email: gerald@sel.eesc.usp.br)

varia quando uma perturbação ocorre no sistema. Souza *et al.* [8,9] realizaram estudos de alocação de novas cargas no sistema, sob condições de congestionamento, via informação da sensibilidade do multiplicador de Lagrange associado às restrições de balanço de potência ativa e à função objetivo.

Neste trabalho, propõe-se a aplicação da AS orientada a problemas de FPO para a realização de estudos de planejamento da operação de sistemas elétricos de potência. O FPO é executado de onde se obtém um ponto ótimo de operação para a rede elétrica, o qual é chamado de caso-base. Se perturbações forem acrescentadas ao sistema, como, por exemplo, na demanda ou no limite operacional de alguma restrição, um novo ponto terá de ser calculado. A obtenção desse novo ponto de operação via FPO implica em ajustes dos parâmetros empíricos utilizados nas técnicas de otimização aplicadas na solução do problema de FPO. Em alguns casos há a dificuldade de se obter a convergência do FPO devido à escolha do ponto inicial e dos valores atribuídos às variáveis empíricas. Neste contexto a AS pode ser considerada uma ferramenta que estima o novo ponto de operação do sistema quando variações ocorrerem nas cargas ou em outras variáveis da rede elétrica. A AS tem a vantagem de não ser um processo iterativo e de não utilizar parâmetros empíricos em sua formulação. A partir do caso-base, a AS fornece novos pontos de operação do sistema que satisfazem as restrições físicas e operacionais, a uma dada tolerância.

A AS desenvolvida está baseada no teorema de Fiacco [10], o qual gera um sistema de equações não lineares que é resolvido pelo método de Newton. Técnicas de esparsidade são utilizadas na solução do sistema.

Destaca-se neste artigo a inclusão da restrição de fluxo de potência ativa em linhas de transmissão no modelo do problema de AS e também da utilização na íntegra do teorema de Fiacco. Testes foram realizados nos sistemas IEEE 14, 118 e 300 barras, nos quais se verificou a eficiência da AS em estudos do planejamento da operação para até 5% de perturbação. Novos pontos factíveis de operação foram obtidos via AS.

Este artigo está organizado da seguinte maneira: na próxima seção, será apresentado o modelo de FPO utilizado neste trabalho, cuja solução é fornecida para a AS; na seção III, tem-se a técnica de AS e seu algoritmo; na seção IV, os testes realizados e na seção V, as conclusões do trabalho.

## II. FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O problema de FPO pode assumir uma grande variedade de modelos, dependendo do interesse de análise da concessionária de energia. Determinadas restrições podem ou não ser acrescentadas ao modelo, e algumas funções como custo na geração de potência ativa, desvio de tensão ou de perdas na transmissão podem ser consideradas função objetivo. O modelo de FPO adotado neste trabalho está representado em (1).

$$\text{Minimizar } \sum_{\Omega} f_{km}(V, \theta, t)$$

Sujeito a :

Equações de balanço :

$$\Delta P_k(V, \theta, t) = 0$$

$$\Delta Q_k(V, \theta, t) = 0$$

Geração de potência reativa :

$$Q_k^{\min} \leq Q_k(V, \theta, t) \leq Q_k^{\max} \quad (1)$$

Geração de potência ativa :

$$P_k^{\min} \leq P_k(V, \theta, t) \leq P_k^{\max}$$

Fluxo de potência ativa em linhas de transmissão :

$$|LF_{km}(V, \theta, t)| \leq LF_{ativa}^{\max}$$

Magnitude da tensão :

$$V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max}$$

Tap do transformador :

$$t^{\min} \leq t \leq t^{\max}$$

em que:

$\theta$  representa a fase da tensão;

$f_{km}(V, \theta, t)$  é a função perdas de potência ativa em linhas de transmissão;

$\Omega$  representa as linhas de transmissão no sistema;

$k$  e  $m$  são barras do sistema.

O problema (1) foi resolvido pelo método primal-dual barreira logarítmica, o qual faz parte da classe de métodos Lagrangianos de pontos interiores. A apresentação detalhada desse método pode ser encontrada em [11-14].

Resolvendo o problema (1) tem-se como solução um ponto ótimo de operação para o sistema elétrico de potência para determinada condição de carregamento. Esse ponto ótimo, representado por  $(V^*, \theta^*, t^*)$ , é denominado de caso-base. Conhecendo o caso-base do sistema, estudos sobre o desempenho da rede para diferentes situações de operação podem ser realizados via AS.

## III. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Uma questão que surge quando se utilizam técnicas de otimização é: o quanto a solução ótima do problema varia quando ocorrem perturbações na demanda ou nos recursos disponíveis do sistema? A inclusão dessas perturbações no modelo do problema resulta em uma nova solução, a qual pode ser obtida executando-se a técnica de otimização novamente. Para isso, serão necessários novos ajustes dos parâmetros empíricos utilizados pelo método aplicado à solução do problema, porém, para encontrar novas soluções de maneira mais rápida, sem a necessidade de ajuste de parâmetros empíricos, e, dessa forma, poder analisar as conseqüências da inclusão das perturbações no problema, podem-se utilizar técnicas de AS.

Os métodos do tipo Lagrangianos são muito eficientes na solução de problemas de programação não linear com restrição de igualdade. Nesses métodos, as restrições são adicionadas à função objetivo por meio dos multiplicadores de Lagrange. O multiplicador de Lagrange indica a sensibilidade da função objetivo em relação à restrição a ele associada, isto é, quando na restrição, for incluída uma perturbação, pode-se estimar o novo valor da função objetivo apenas utilizando o multiplicador de Lagrange associado à restrição perturbada.

Considere o problema generalizado dado em (2).

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(x) \\ & \text{Sujeito a :} \\ & g(x) = b \end{aligned} \quad (2)$$

O vetor  $b$  pode ser interpretado como uma limitação da quantidade do recurso disponível. Esse recurso pode sofrer perturbações, o que resultará em um novo problema, e, conseqüentemente, uma nova solução deve ser obtida.

Supondo que  $x(b)$  seja a solução ótima do problema (2), em [15] tem-se a demonstração da relação dada em (3), em que o multiplicador de Lagrange  $\lambda$  significa a mudança marginal do valor ótimo da função objetivo, enquanto  $b$  está sendo variado.

$$\frac{\partial f(x(b))}{\partial b} = \lambda \quad (3)$$

A relação de sensibilidade (3) foi utilizada em [7-9], nos quais bons resultados foram encontrados para pequenas perturbações. A sensibilidade fornecida pelo multiplicador de Lagrange oferece apenas o novo valor da função objetivo. Para conhecer a nova solução ótima do problema, técnicas de AS mais eficientes precisam ser utilizadas. Na próxima subseção será apresentada a técnica de AS aplicada neste trabalho. Essa técnica proposta por Fiacco [10] fornece os novos valores das variáveis do problema, os novos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e de desigualdade ativas e o novo valor da função objetivo.

#### A. Teorema de Fiacco

A técnica de AS está baseada no teorema de Fiacco [10]. Por essa técnica, novas soluções do problema podem ser obtidas quando perturbações são incluídas ao problema. As perturbações podem ocorrer na função objetivo ou nas restrições. No desenvolvimento da técnica que será apresentada, serão consideradas perturbações nas restrições de igualdade e desigualdade.

No problema generalizado de programação não linear (4), perturbações  $\varepsilon$  são incluídas às restrições.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } f(x) \\ & \text{Sujeito a :} \\ & g(x) = \varepsilon_1 \\ & h(x) \leq \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (4)$$

em que:

$x \in \mathfrak{R}^n$  é o vetor das variáveis do problema;

$f(x)$  é a função objetivo;

$g(x) \in \mathfrak{R}^m$  e  $h(x) \in \mathfrak{R}^p$  são os vetores das restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente;

$\varepsilon_1 \in \mathfrak{R}^m$  e  $\varepsilon_2 \in \mathfrak{R}^p$  são os vetores das perturbações associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Associa-se ao problema (4) uma função Lagrangiana:

$$L = f(x) + \lambda^T (g(x) - \varepsilon_1) + \pi^T (h(x) - \varepsilon_2) \quad (5)$$

em que:

$\lambda$  e  $\pi$  são os vetores dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Esta técnica utiliza como informação inicial a solução ótima do problema (4) não perturbado, isto é,  $(x, \lambda, \pi, \varepsilon) = (x^*, \lambda^*, \pi^*, 0)$ . Nesse ponto, são aplicadas as seguintes condições:

1) Condições necessárias de primeira ordem da função Lagrangiana:

$$\nabla_x f(x^*) + \lambda^{*T} \nabla_x g(x^*) + \pi^{*T} \nabla_x h(x^*) = 0 \quad (6)$$

2) A restrição de igualdade satisfeita:

$$g(x^*) - \varepsilon_1 = 0 \quad (7)$$

3) Teorema da folga complementar:

$$\pi^{*T} (h(x^*) - \varepsilon_2) = 0 \quad (8)$$

As raízes das equações (6) a (8) são encontradas linearizando-se o sistema no ponto  $(x^*, \lambda^*, \pi^*, 0)$ , o que resulta no seguinte sistema na forma  $Ax=b$ :

$$\begin{bmatrix} \nabla_{xx}^2 L^* & \nabla_x g(x^*) & \nabla_x h(x^*) \\ \nabla_x g(x^*)^T & 0 & 0 \\ \pi^{*T} \nabla_x h(x^*)^T & 0 & h(x^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_1 \\ \pi^* \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

No sistema (9), a matriz dos coeficientes é a matriz de sensibilidade proposta por Fiacco [10]. O vetor  $(\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi)$  é utilizado na atualização das variáveis, e o vetor independente corresponde às perturbações que foram introduzidas ao sistema.

Após a determinação de  $(\Delta x, \Delta \lambda, \Delta \pi)$ , obtém-se a nova solução ótima do problema para o caso perturbado, em que as variáveis são atualizadas como:

$$\begin{aligned}
x^{*novo} &= x^* + \Delta x \\
\lambda^{*novo} &= \lambda^* + \Delta \lambda \\
\pi^{*novo} &= \pi^* + \Delta \pi
\end{aligned} \tag{10}$$

A matriz de sensibilidade (9) é esparsa e simétrica de posição, mas não de valores. Para resolver este sistema, utilizou-se uma técnica de esparsidade elaborada pelo Grupo de Algoritmos Numéricos do Laboratório Harwell do United Kingdom Atomic Energy Authority [16]. A sub-rotina utilizada foi a MA28. Essa sub-rotina é utilizada para resolver sistemas cujas matrizes são esparsas, utilizando-se uma variante da eliminação de Gauss. A MA28 trabalha somente com os valores não-nulos da matriz. O problema de AS foi implementado em Linguagem C++ e a sub-rotina MA28, em Fortran, logo se realizou um *link* entre estas duas linguagens.

### B. Análise de Sensibilidade Aplicada ao Problema de FPO

O FPO fornece como solução um ponto ótimo de operação para o sistema, porém perturbações podem ocorrer na demanda do sistema ou no limite das restrições funcionais, e assim um novo ponto de operação precisa ser obtido. Pode-se encontrar esse novo ponto via AS, sem a necessidade de executar o FPO para cada perturbação que ocorra no sistema. O problema de FPO perturbado pode ser representado por:

$$\begin{aligned}
&\text{Minimizar } \sum_{\Omega} f_{km}(V, \theta, t) \\
&\text{Sujeito a :} \\
&\Delta P_k(V, \theta, t) = \varepsilon_1 \\
&\Delta Q_k(V, \theta, t) = \varepsilon_2 \\
&Q_k^{\min} + \varepsilon_3 \leq Q_k(V, \theta, t) \leq Q_k^{\max} + \varepsilon_4 \\
&P_k^{\min} + \varepsilon_5 \leq P_k(V, \theta, t) \leq P_k^{\max} + \varepsilon_6 \\
&|LF_{km}(V, \theta, t)| \leq LF_{real}^{\max} + \varepsilon_7 \\
&V_k^{\min} + \varepsilon_8 \leq V_k \leq V_k^{\max} + \varepsilon_9 \\
&t^{\min} + \varepsilon_{10} \leq t \leq t^{\max} + \varepsilon_{11}
\end{aligned} \tag{11}$$

em que:

$\varepsilon_i$ , para  $i$  de 1 até 11, representa perturbações acrescentada ao problema.

As demais funções, variáveis e símbolos, foram especificadas em (1). As restrições de igualdade e de desigualdade de (11) correspondem ao conjunto das restrições  $g(x)$  e  $h(x)$  de (4), respectivamente.

O problema (11) pode ser resolvido por meio da técnica de sensibilidade apresentada, a qual possui o seguinte algoritmo:

Passo 1: Determine o caso-base  $(x^*, \lambda^*, \pi^*)$  do sistema por meio do programa de FPO.

Passo 2: Construa o sistema de equações para Análise de Sensibilidade (9).

Passo 3: Determine as perturbações de interesse para estudos.

Passo 4: Resolva o sistema perturbado.

Passo 5: Atualize as variáveis (10).

Esse algoritmo tem a vantagem de não ser um processo iterativo e de não utilizar parâmetros empíricos na sua formulação, como ocorre na maioria dos métodos usados na solução do problema de FPO.

O sucesso da técnica de AS está na obtenção do caso-base, isto é, quanto menor for o erro das equações de balanço do sistema e da condição de folga complementar, melhor será o resultado obtido. Por essa razão, será necessário considerar um critério de parada para o FPO que melhor satisfaça as condições de estudos de AS.

## IV. RESULTADOS

Nesta seção, serão apresentados os resultados obtidos por meio da técnica de AS aplicada na solução do problema de FPO perturbado. Os testes foram realizados nos sistemas IEEE 14, 118 e 300 barras, os quais podem ser encontrados no *link* <http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>.

### A. IEEE 14 Barras

Para o sistema IEEE 14 barras, as barras 1 e 2 foram consideradas barra de referência e geração, respectivamente. A restrição de geração de potência ativa da barra 2 foi canalizada entre os limites 1MW e 250MW. Restrições de fluxo de potência ativa em linhas de transmissão foram consideradas nas linhas que conectam as barras 2-4 e 10-11, cujos limites foram 65MW e 1MW, respectivamente.

O ponto ótimo de operação para esse sistema foi obtido via FPO. Adotou-se um critério de parada de  $10^{-5}$  pu para as equações de balanço com o objetivo de se ter uma solução mais precisa. No ponto ótimo de operação, as duas restrições de fluxo de potência ativa em linhas de transmissão atingiram seus limites e as duas barras geradoras permaneceram folgadas.

Perturbações foram acrescentadas às restrições do problema inicial, e novos pontos de operação foram obtidos via AS.

#### 1-Perturbação no limite da restrição de fluxo de potência ativa em linhas de transmissão

Com o objetivo de verificar a qualidade da resposta da AS para perturbações em restrições de desigualdade ativas na solução, optou-se por perturbar a restrição de fluxo de potência ativa da linha 2-4. O limite original de 65MW foi reduzido em até 5% do seu valor. A Tabela I apresenta os fluxos de potência ativa nas linhas com restrição e o comportamento das perdas do sistema de transmissão. A solução do caso-base é representada por  $\varepsilon = 0\%$ .

TABELA I  
PERTURBAÇÃO NO LIMITE DE FLUXO DA LINHA 2-4

$\epsilon$	Fluxo nas linhas (MW)		Perdas (MW)
	2-4	10-11	
0%	65,00	1,00	9,80
-1%	64,35	1,00	9,93
-2%	63,70	1,00	10,10
-3%	63,05	1,00	10,30
-4%	62,40	1,00	10,54
-5%	61,75	1,00	10,82

Verifica-se pela Tabela I que o fluxo de potência ativa na linha 2-4 acompanhou a mudança do limite, sem violar a restrição. O fluxo de potência na linha 10-11 também não foi violado para as diferentes perturbações. As perdas de potência ativa no sistema de transmissão aumentaram com a redução do limite operacional da linha 2-4. O maior erro das equações de balanço foi de 0,11MW e 0,08MVar, para a situação em que  $\epsilon = -5\%$ .

### 2-Perturbação na carga das barras de carga do sistema

A demanda total do sistema de 14 barras é de 259 MW e 73,50 MVar, sendo que a carga das barras de carga é 131 MW e 34,3 MVar. Perturbações variando de 1% a 5% foram acrescentadas somente na carga das barras de carga, e o comportamento do sistema foi verificado por meio da AS. A Fig. 1 apresenta o maior erro das equações de balanço do sistema para cada perturbação. Verificou-se que a AS forneceu pontos de operação para até 5% de perturbação. As restrições que no caso-base estavam ativas permaneceram nesta condição sem violar seus limites operacionais.

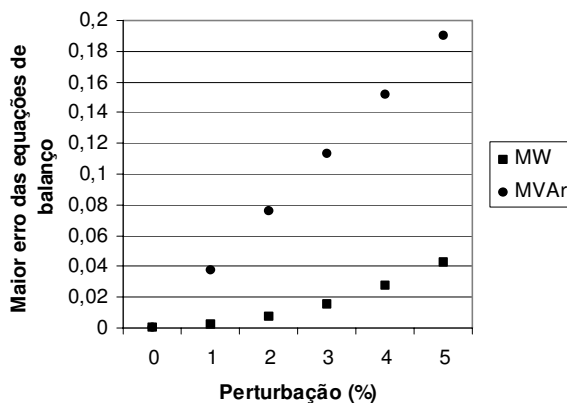


Fig. 1. Erro das equações de balanço

Com o objetivo de verificar a qualidade da resposta fornecida pela AS, testes comparativos entre as soluções obtidas via AS e FPO foram realizados para cada percentual de perturbação na carga. A Fig. 2 apresenta as perdas do sistema de transmissão para as diferentes perturbações. Observa-se que à medida que a perturbação aumenta, há um aumento na diferença da resposta entre a AS e o FPO. Essa diferença se deve ao fato de que a AS é uma aproximação linear da solução do caso-base, e o FPO, um problema não

linear e não convexo que necessita de um processo iterativo para atingir uma solução. O uso da AS em estudos do planejamento da operação, porém, justifica-se pelo fato de esta ferramenta fornecer pontos de operação que satisfazem as restrições do problema, como pode ser constatado pela Fig. 1 e fornecer também um indicativo do desempenho do sistema quando mudanças ocorrerem na rede elétrica. Assim, operadores do sistema podem avaliar a rede elétrica de maneira rápida e confiável.

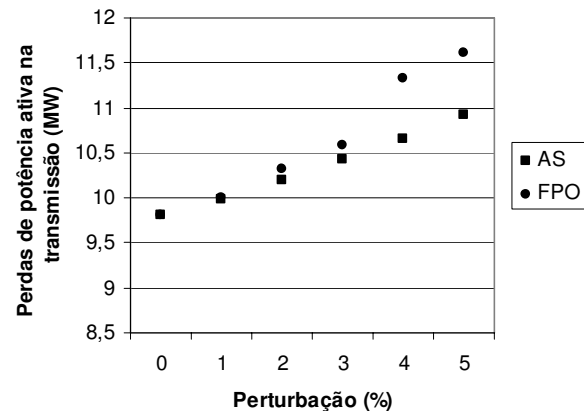


Fig. 2. Testes comparativos entre AS e FPO

### B. IEEE 118 Barras

Para o sistema IEEE 118 barras, consideraram-se duas restrições de fluxo de potência ativa em linhas de transmissão. As linhas restritas foram as que ligam as barras 19-20 e 65-66 com os respectivos limites, 5MW e 8MW. A barra 69 e a barra 1 foram consideradas barra de referência e de geração, respectivamente. Na solução ótima obtida via FPO, sete restrições de tensão atingiram o limite superior e as duas restrições de fluxo na transmissão convergiram para o limite.

Na solução do caso-base, as barras 2, 20, 23 e 29 foram perturbadas até 5% e as novas soluções foram obtidas via AS. A Fig. 3 apresenta o erro das equações de balanço para cada perturbação. Verifica-se que a partir de 2% de perturbação o erro das equações de balanço de potência reativa cresceu mais do que o erro das equações de potência ativa, porém o maior *mismatches* não ultrapassou o valor de 0,32 MVar, o que ainda caracteriza um ponto de operação para o sistema. As demais restrições ativas no caso-base permaneceram ativas nas soluções obtidas via AS para diferentes perturbações. A Fig. 4 apresenta o comportamento crescente da função objetivo devido ao aumento de carga do sistema e compara os valores estimados via AS com os resultados mais exatos obtidos via FPO. Pode-se observar que à medida que a perturbação aumenta, a diferença entre os resultados também aumenta, porém, ainda no pior caso, representado por  $\epsilon = 5\%$ , a diferença entre os resultados é de 0,48%.

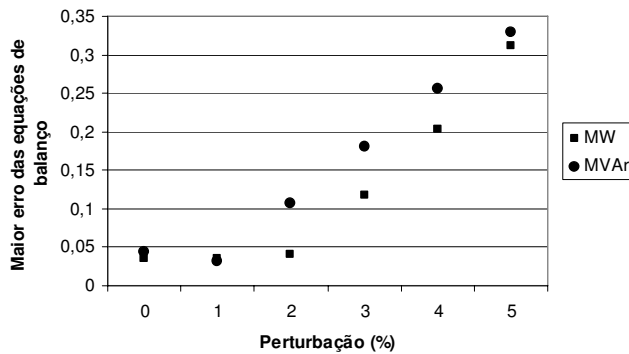


Fig. 3. Erro das equações de balanço

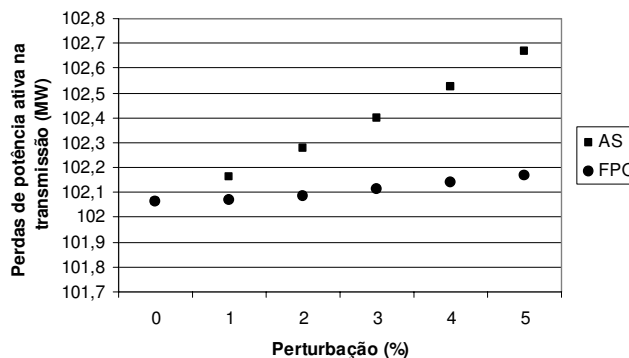


Fig. 4. Testes comparativos entre AS e FPO

Por meio da topologia do sistema, observa-se que a barra 20 está conectada com a barra 19, com a qual tem limite de fluxo, e com a barra 21. Isso indica que um aumento de carga na barra 20 só poderá ser suprido via conexão com a barra 21. O sentido do fluxo ativo é da barra 21 para a 20; por esta razão, esta linha será mencionada como linha 21-20. A Tabela II apresenta os fluxos de potência ativa nas linhas 21-20 e 19-20 para cada perturbação. Observa-se que a AS responde de maneira eficiente diante dos problemas elétricos, pois manteve a linha 19-20 em seu limite operacional e atendeu o aumento de demanda da barra 20 por meio da linha 21-20.

TABELA II  
FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA NAS LINHAS 21-20 E 19-20

$\epsilon$	Fluxo nas linhas (MW)	
	21-20	19-20
0%	23,10	5,00
1%	23,28	5,00
2%	23,46	5,00
3%	23,64	5,00
4%	23,82	5,00
5%	24,00	5,00

### C. IEEE 300 Barras

Neste sistema, as barras 84, 124 e 143 são barras de geração, cujos limites de geração de potência ativa são 500, 300 e 800 MW, respectivamente. Acrescentou-se a restrição de fluxo de potência ativa na linha que conecta as barras 14 e 15. O valor do limite máximo para o fluxo ativo dessa linha foi de 100 MW. O FPO foi executado e obteve-se o ponto ótimo de operação para este sistema. Nenhuma barra de geração atingiu seu limite, e a restrição de fluxo de potência na linha 14-15 ficou ativa na solução. A carga ativa da barra 15 é de 127MW. Perturbações variando de 0% a 5% foram introduzidas nessa carga, e os novos pontos de operação foram calculados via AS. A Tabela III apresenta o valor da restrição de fluxo de potência ativa na linha 14-15 e as perdas do sistema. Verifica-se que a restrição não violou seu limite e que as perdas ativas na transmissão aumentaram com o aumento da carga.

A partir de  $\epsilon = 3\%$ , o maior erro das equações de balanço ocorreu para a equação de potência reativa, com valor de aproximadamente 1MVar.

TABELA III  
FLUXO DE POTÊNCIA ATIVA NA LINHA 14-15 E PERDAS NO SISTEMA DE TRANSMISSÃO

$\epsilon$	Linha 14-15 (MW)	Perdas (MW)
0%	100,00	358,97
1%	100,00	359,03
2%	100,00	359,08
3%	100,00	359,14
4%	100,00	359,19
5%	100,00	359,25

### V. CONCLUSÃO

A técnica de AS apresentada neste artigo foi orientada a problemas de FPO, isto é, a função objetivo e as restrições consideradas no problema de FPO também foram consideradas no problema de AS. O teorema de Fiacco foi utilizado para construir o sistema de AS. Esse teorema utiliza as condições necessárias de primeira ordem da função Lagrangiana e o teorema da folga complementar, ambos satisfeitos na solução ótima do problema original não perturbado, para construir o sistema de sensibilidade. Por meio desse sistema, perturbações foram incluídas às restrições de igualdade e/ou de desigualdade.

O ponto ótimo de operação foi obtido por meio do FPO. Perturbações foram incluídas à demanda do sistema e ao limite da restrição de fluxo de potência ativa na transmissão, e um novo ponto de operação foi obtido por meio da AS. Verificou-se que a AS forneceu pontos factíveis de operação, satisfazendo todas as restrições do problema, para pequenas perturbações. Constatou-se que a AS é uma ferramenta eficiente na realização de estudos de planejamento da operação do sistema, pois estima bons resultados para as redes elétricas. Possui a vantagem de não ser um processo iterativo e

de não utilizar parâmetros empíricos em sua formulação. Os testes foram realizados nos sistemas IEEE 14, 118 e 300 barras, nos quais se verificou a eficiência da técnica apresentada.

#### REFERÊNCIAS

- [1] J. Peschon, D. S. Piercy and W. F. Tineey, "Sensitivity in Power Systems", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 87, no 8, pp. 1687-1695, August 1968.
- [2] A. Kishore and E. F. Hill, "Static Optimization of Reactive Power Sources By Use of Sensitivity Parameters", *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 90, no 3, pp. 1166-1173, April 1970.
- [3] J.M. Wojciechowski, "A General Approach to Sensitivity Analysis in Power System", *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, vol. 1, pp. 417-420, June 1988.
- [4] P. R. Gribik, D. Shirmohammadi, S. Hao and C. L. Thomas, "Optimal Power Flow Sensitivity Analysis", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no 3, pp. 969-976, January 1990.
- [5] S.V. Venkatesh, W.H.E. Liu and A.D. Papalexopoulos, "A Least Squares Solution for Optimal Power Flow Sensitivity Calculation", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.7, no 3, pp. 1394-1401, August 1992.
- [6] C. Aumuller and T.K. Saha, "Analysis and Assessment of Large Scale Power System Voltage Stability by a Novel Sensitivity Based Method", *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, vol. 3, pp. 1621-1626, July 2002.
- [7] L. M. Freire, A. J. Monticelli e A.V. Garcia. "Aplicações dos Resultados do Fluxo de Potência Ótimo na Nova Estrutura do Setor Elétrico Brasileiro", XIV Congresso Brasileiro de Automática, pp. 2072-2077, Setembro 2002.
- [8] A.M. Souza e G.R.M. da Costa, "Comportamento dos Multiplicadores de Lagrange em Redes Elétricas Congestionadas", V Congresso Latino-Americano Geração e Transmissão de Energia Elétrica, São Pedro, São Paulo, código B-083, 2003.
- [9] A.M. Souza, V.A. Sousa e G.R.M. da Costa, "Optimal Power Flow: a Tool for Managing the Transmission Congestion", *IEEE General Meeting*, Denver, Colorado, USA, June 2004.
- [10] Fiacco, A.V. "Sensitivity Analysis for Nonlinear Programming Using Penalty Methods" *Mathematical Programming*, vol. 10, no. 3, pp. 278-311, 1976.
- [11] S. Granville, "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, pp. 136-146, Feb. 1994.
- [12] G.L. Torres and V.H. Quintana, "An Interior Point Method for Nonlinear Optimal Power Flow Using Voltage Rectangular Coordinates", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, pp. 1211-1218, Nov. 1998.
- [13] K. Xie, Y.H. Song, Deping Zhang, Y. Nakanishi and C. Nakazawa, "Calculation and Decomposition of Spot Price Using Interior Point Nonlinear Optimization Methods", *Electrical Power and Energy System*, vol. 26, pp. 349-356, 2004.
- [14] G.R.M. Costa, C.E.U Costa and A.M. Souza, "Comparative Studies of Optimization Methods for the Optimal Power Flow Problem", *Electric Power System Research*, vol. 56, pp. 249-254, Dec 2000.
- [15] H. Fritzsche, *Programação Não Linear Análise e Métodos*, Edgar Blucher: Editora da Universidade de São Paulo, 1978, p. 52-53.
- [16] Guia Simplificado para uso das sub-rotinas do Laboratório Harwell na solução de sistemas lineares  $Ax=b$ . Apostila do Departamento de Sistemas de Energia Elétrica – FEE/UNICAMP, Campinas, SP, Brasil.

**Alessandra Macedo de Souza** obteve os títulos de bacharel, mestre e doutor em Engenharia Elétrica, respectivamente pela Universidade Federal do Pará (1996) e pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (1998) e (2005). Atualmente é professora no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de Brasília. Áreas de interesse: otimização e pós-otimização de sistemas elétricos de potência e estudos do planejamento da operação.

**Edmárcio Antônio Belati** obteve os títulos de bacharel, mestre e doutor em Engenharia Elétrica, respectivamente pela Escola de Engenharia de Lins (1995), pelo Departamento de Engenharia Elétrica-FEIS-UNESP (1999) e pelo Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos-USP (2003). Atualmente participa de projeto PRODOC no SENAI CIMATEC em Salvador (BA). Áreas de interesse: operação e planejamento de sistemas de potência.

**Ubiratan Holanda Bezerra** obteve os títulos de bacharel, mestre e doutor em Engenharia Elétrica, respectivamente pela Universidade Federal do Pará (1976), pela Universidade Federal de Itajubá (1980) e pela Universidade do Rio de Janeiro (1988). Atualmente é professor titular do Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal do Pará. Áreas de interesse: planejamento da operação de sistemas elétricos, estabilidade estática e dinâmica e qualidade de energia.

**Geraldo Roberto Martins da Costa** recebeu os títulos de bacharel e mestre pelo Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo e o título de doutor pela Universidade de Campinas (UNICAMP). Atualmente é professor do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Áreas de interesse: operação e planejamento de sistemas elétricos de potência, particularmente a aplicação de técnicas de otimização em sistemas elétricos.